

Комбинаторика. Числа сочетаний

7 класс • 2 декабря

Размещения

1. В классе 30 человек. Сколькими способами можно составить расписание дежурств на ближайшие 5 дней? (Каждый день дежурит кто-то один.)
2. На полке 5 книг. Сколькими способами их можно выложить в стопку? (В стопке одна или более книг.)

Опр. Выборка объектов в определённом порядке называется **размещением**. Обозн.: $A_n^k = n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)$.

3. Проказница-Мартышка, Осёл, Козёл, косолапый Мишка, Петух и Кукушка затеяли сыграть квартет. Сколькими способами они могут выбрать скрипача, альтиста, вокалиста и ударника?

Сочетания

4. После неудачи с квартетом те же участники решили организовать хор из четырёх лучших певцов. Сколько вариантов у них на этот раз?

Опр. Количество способов, которыми можно выбрать k шариков из данных n различных шариков (порядок неважен), называется **числом сочетаний из n элементов по k** и обозначается C_n^k .

5. Сколькими способами можно выбрать команду из трёх школьников в классе из 30 человек?

Упражнения

6. Вычислите а) A_{10}^2 ; б) C_{10}^2 ; в) A_9^3 ; г) C_9^3 ; д) $\frac{A_9^3}{C_9^3}$.

7. Есть 9 предметов на выбор. Сколькими способами можно а) составить список из трёх предметов по порядку; б) выбрать набор из трёх предметов (порядок не важен)?

8. В команде 10 человек. Сколькими способами можно а) выбрать из них капитана и заместителя; б) выбрать из них двух дежурных?

9. В команде 10 человек. Сколькими способами можно выбрать из них 8 игроков на ближайшую игру?
10. Вычислите C_9^6 . Объясните, почему ответ совпадает с одним из ответов выше.
11. В карточке лотереи «4 из 12» надо заполнить 4 пронумерованные клеточки из 12. При розыгрыше наугад вынимаются 4 номера из 12. Главный приз выигрывает тот, кто угадает все номера. Сколько карточек надо заполнить, чтобы наверняка получить главный приз?

Задачи

12. Вычислите $\frac{C_{1001}^3}{C_{1001}^2}$.
13. В карточке надо отметить 4 лошадей из 12 участниц забега. Приз «Миллион» выигрывает тот, у кого все 4 отмеченные лошади придут среди первых четырёх. Пете подсказали двух лошадей, которые точно не окажутся в первой четвёрке. Сколько карточек ему надо заполнить, чтобы наверняка получить приз «Миллион»?
14. В команде 15 человек, включая Петю. На ближайшую игру надо выбрать 11 человек. Сколькими способами это можно сделать так, чтобы а) взять Петю? б) не взять Петю? (Ответ можно давать в виде C_n^k , не доводя до числа.)
15. Не вычисляя, докажите что а) $C_{14}^{11} + C_{14}^{10} = C_{15}^{11}$; б) $C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1} = C_n^k$.
16. Сколько есть 10-значных чисел, составленных из трёх цифр 5 и семи цифр 6?
17. а) Среди 9 шаров три радиоактивных. Можно проверять на радиоактивность кучку из любых шаров. Объясните, почему не существует способа за 6 проверок гарантированно найти все три радиоактивных шара. (Измеритель радиоактивности не показывает уровня радиации, а только выдает ответ «в данной кучке нет радиоактивных шаров» или «в данной кучке есть радиоактивные шары».)
- б) Среди 9 монет — три фальшивых (легче настоящих). Объясните, почему не существует способа за 4 проверки на чашечных весах гарантированно найти все три фальшивые монеты.