

## Алгоритм Евклида

7 класс • 18 ноября

*Это называется спускаться  
дюльфером\*.*

*К/ф «Приключения  
Петрова и Васечкина»*

Краткие обозначения:  $\text{НОД}(a, b) = (a, b)$ ,  $\text{НОК}(a, b) = [a, b]$ .

1. Докажите, что  $(a, b) = (b, a - b)$ .
  2. Найдите  $(451, 287)$ .
- Обсуждение алгоритма Евклида.*
3. Найдите  $(1381955, 690713)$ .
  4. Найдите  $(2n + 13, n + 7)$ .
  5. Докажите, что дробь  $\frac{12n + 1}{30n + 2}$  — несократима ни при каком натуральном  $n$ .
  6. Найдите  $(2^{100} - 1, 2^{120} - 1)$ .
  7. Найдите  $(111\dots111, 111\dots11)$  — в записи первого числа 100 единиц, в записи второго — 60.
  8. Как можно найти НОК двух больших чисел?

### *Повторение*

9. Решите в натуральных числах уравнение

$$\text{а) } x^2 - y^2 = 31; \text{ б) } x^2 - y^2 = 303.$$

10. Найдите остатки от деления

а)  $2004 \cdot 2005 \cdot 2006 + 2007^3$  на 7;

б)  $9^{100}$  на 8.

11. Докажите, что  $n^3 + 2n$  делится на 3 для любого натурального  $n$ .
12. Докажите, что  $2222^{5555} + 5555^{2222}$  делится на 7.

### *Для домашнего обдумывания*

13.  $p$ ,  $p + 10$  и  $p + 14$  — простые числа. Найдите  $p$ .

---

\* Дюльфер — скоростной спуск по верёвке на крутых и отвесных стенах.