

Инвариант

7 класс • 14 октября

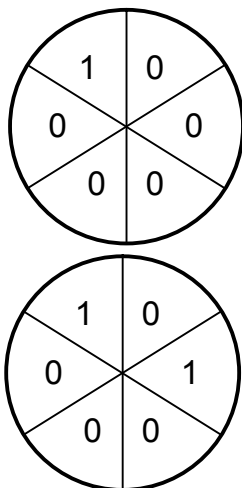
Зимой и летом одним цветом...

1. Хулиган Вася порвал стенгазету, причем каждый попадающийся ему кусок он рвал на четыре части. Могло ли получиться 2000 кусков?
2. В алфавите племени УЫУ всего две буквы: У и Ы, причём этот язык обладает такими свойствами: если из слова выкинуть стоящие рядом буквы УЫ, то смысл слова не изменится. Точно так же смысл слова не изменится, если при добавлении в любое место слова буквосочетания ЫУ или УУЫЫ. Можно ли утверждать, что слова УЫЫ и ЫУУ имеют одинаковый смысл?
3. На сосне растут 8 бананов и 7 апельсинов. Если сорвать два одинаковых фрукта, то на сосне тут же вырастет один банан, а если сорвать два разных — вырастет один апельсин. Срывать фрукты по одному нельзя. Нельзя ли срывать фрукты с сосны так, чтобы последним был банан?
4. На доске написаны числа от 1 до 100. Разрешается стереть любые два числа и написать вместо них их разность. Может ли после 99 таких операций остаться число 1?
5. Круг разбит на шесть секторов.

а) В одном из них стоит единица, в остальных — нули. Разрешается выбрать два соседних сектора и прибавить к числам, стоящим в них, по одному и тому же целому числу.

б) В двух секторах, как показано на рисунке, стоят единицы, в остальных — нули. Разрешается выбрать два соседних сектора и прибавить к числам, стоящим в них, по одному и тому же числу.

Можно ли при помощи таких операций добиться того, чтобы во всех секторах стояли одинаковые числа?



6. Чёрный ящик работает так: любые три числа a , b и c , попадающие в него, он перерабатывает в числа $a + b - c$, $b + c - a$, $c + a - b$. Можно ли с помощью этого ящика из чисел 1, 3, 8 получить числа -1 , 3, 9?
7. В таблице 2×2 одна из клеток закрашена черным цветом, все остальные – белым. Можно ли с помощью перекрашивания строк и столбцов добиться того, чтобы все клетки стали белыми? А если таблица имеет размеры 3×3 ? А если 8×8 ?
8. Есть куча из 1001 камня. Ход состоит в том, что из какой-нибудь кучи, где лежит более одного камня, выкидывают один камень на помойку, а затем любую кучу делят на две произвольные части. Можно ли через несколько ходов получить лишь кучи, состоящие из трёх камней?

Для домашнего обдумывания

9. В одной вершине куба написано число 1, в остальных — нули. Можно прибавлять по единице к числам в концах любого ребра. Можно ли добиться, чтобы все числа
 - а) делились на 2;
 - б) делились на 3?
10. Можно ли операциями «умножить на 7» и «прибавить 6» получить из единицы число 2007?
11. Шесть детей из 7-го класса стоят по кругу, и на каждом из них сидит комар. Время от времени какие-то 2 комара одновременно перелетают на соседних детей. Могут ли все комары собраться на одном несчастном?