

## Постепенное конструирование

7 класс • 23 сентября

*Точка, точка, запятая —  
Вышла рожица смешная!  
Ручки, ножки, огуречек —  
Появился человечек!*

- а) Придумайте 3 различных натуральных числа, чтобы каждое делило сумму остальных;  
б) то же, но все числа больше 100;  
в) как в (а), но 4 числа;  
г) как в (а), но 10 чисел.
- Разрежьте квадрат на  $n$  меньших квадратов (не обязательно одинаковых)  
а)  $n = 4$ ; б)  $n = 7$ ; в)  $n = 8$ ; г)  $n = 2007$ .
- Давным-давно в СССР имелись в обращении 3-копеечные и 5-копеечные монеты. Докажите, что можно было набрать любую сумму более 7 копеек только такими монетами.
- Даны  $n$  гирь, массы которых равны соответственно 1, 2, 3, ...,  $n$  граммам. Для каких  $n$  эти гири можно разложить на три равные по весу кучи?
- а) Докажите, что квадрат  $4 \times 4$  с произвольной вырезанной клеткой можно разбить на уголки из трёх клеток.  
б) То же для квадрата  $8 \times 8$ .  
в) Всегда ли квадрат  $64 \times 64$  с вырезанной клеткой можно разбить на уголки из трёх клеток?
- В мастерской изготавливают квадратные решётки, состоящие из квадратных ячеек со стороной 1. Для этого используют заготовки, состоящие из трёх стержней длиной 1, сваренных под прямым углом в виде буквы П (см. рисунок). При изготовлении решётки запрещается накладывать стержни друг на друга; можно лишь сваривать их между собой в точках касания. Изготовьте квадратную решётку размером  
а)  $2 \times 2$ ; б)  $3 \times 3$ ; в)  $5 \times 5$ ; г)  $9 \times 9$ .



*Для домашнего обдумывания*

7. Если на доске записано число  $A$ , к нему можно прибавить любой его собственный делитель (отличный от 1 и самого  $A$ ). Докажите, что из  $A = 4$  можно получить любое составное число.
8. Представьте число 1 в виде суммы а) трёх; б) четырёх в) десяти различных дробей с числителем 1.
9. а) Может ли свеча внутри пустой многоугольной комнаты не освещать полностью ни одну из стен?  
б) Существует ли многоугольник и точка вне него, из которой ни одной стороны не видно полностью?