

Признаки делимости

7 класс • 16 сентября

*Мы делили апельсин.
Много нас, а он один.*

Вопросы для вспоминания и самопроверки

1. Сформулируйте признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 9, 10, 25, 50, 100.
2. Почему верны признаки «Число делится на 2 тогда и только тогда, когда его последняя цифра делится на 2» и «Число делится на 5 тогда и только тогда, когда его последняя цифра делится на 5» и не верны аналогичные признаки для других однозначных чисел?
3. Почему верен признак «Число делится на 4 тогда и только тогда, когда число, образованное двумя его последними цифрами делится на 4»? Сформулируйте аналогичные признаки делимости для чисел 25 и 50. Что общего у этих чисел с числом 4?
4. Сформулируйте и докажите признаки делимости на 8 и 125.
5. Сформулируйте признаки делимости на 3 и на 9. Почему всякое число вида $10\dots 0$ при делении на 9 дает в остатке 1? Верны ли аналогичные признаки для других однозначных чисел?
6. Какой остаток от деления на 9 дает число вида $A0\dots 0$? Докажите, что число и его сумма цифр дают при делении на 9 одинаковые остатки. Докажите, что то же верно при делении на 3.
7. Как проверить, делится ли число на а) 6; б) 12; в) 15; г) 18; д) 30; е) 45; ж) 75; з) 225?

*Поставим перед каждой цифрой числа знаки плюс и минус по очереди, начиная с плюса перед последней цифрой и идя справа налево. Назовём результат **знакопеременной** суммой цифр числа. Например, для числа 2007 это $-2 + 0 - 0 + 7 = 5$.*

8. Докажите, что знакопеременная сумма цифр четырёхзначного числа может принимать все целые значения от -18 до $+17$.
9. Докажите, что число делится на 11 тогда и только тогда, когда его знакопеременная сумма цифр делится на 11. Какой остаток даёт при делении на 11 число вида $10\dots 0$, если у него а) чётное б) нечётное число нулей?

10. Попробуйте сформулировать признаки делимости на 99 и 101.

Задачи

11. Среди прапрадедушкиных бумаг найден счет:

72 курицы – *61 руб. 9* коп.

Первая и последняя цифра суммы, выражавшей стоимость 72 куриц, неразборчивы и заменены звездочками. Сколько стоила одна курица?

12. Придумайте 100-значное число без нулевых цифр, делящееся на сумму своих цифр.

Для домашнего обдумывания

13. Из двузначного числа вычли число, получающееся из него же перестановкой цифр. Докажите, что результат делится на 9.

14. Натуральное число возвели в квадрат. Может ли результат оканчиваться на 66?

15. В десятизначном числе все цифры встречаются по разу. Может ли оно делиться на 11?

16. Придумайте 2007-значное число без нулевых цифр, делящееся на сумму своих цифр.