



## Простые и составные числа

6 класс • 6 мая

*Без яйца курица не родится.*

### *Состав числа (повторение)*

Ответьте на следующие контрольные вопросы.

1. Делится ли  $2^9 \cdot 3$  на 2?  да  нет
2. Делится ли  $2^9 \cdot 3$  на 5?  да  нет
3. Делится ли  $2^9 \cdot 3$  на 8?  да  нет
4. Делится ли  $2^9 \cdot 3$  на 9?  да  нет
5. Делится ли  $2^9 \cdot 3$  на 6?  да  нет
6. Верно ли, что если натуральное число делится на 4 и на 3, то оно делится на 12?  да  нет
7. Верно ли, что если натуральное число делится на 4 и на 6, то оно делится на  $24 = 4 \cdot 6$ ?  да  нет
8. Число  $A$  не делится на 3. Может ли на 3 делиться число  $2A$ ?  да  нет
9. Число  $A$  — чётно. Верно ли, что  $3A : 6$ ?  да  нет
10. Число  $5A : 3$ . Верно ли, что  $A : 3$ ?  да  нет
11. Число  $15A : 6$ . Верно ли, что  $A : 6$ ?  да  нет
12.  $A : 6$  и  $B : 4$ . Верно ли, что  $A \cdot B : 24$ ?  да  нет
13. Верно ли, что если  $A : 3$ , то  $A^2 : 9$ ?  да  нет
14. Верно ли, что если  $A^2 : 8$ , то  $A : 4$ ?  да  нет

### *Взаимно простые числа*

Два числа называются *взаимно простыми*, если у них нет общих делителей, отличных от единицы.

15.  $p$  — простое число. Сколько существует натуральных чисел а) меньших  $p$  и взаимно простых с ним; б) меньших  $p^2$  и взаимно простых с ним?

16. Докажите, что остаток от деления простого числа на 30 — простое число или единица.
17. Докажите:
- а) если некоторое число делится на два взаимно простых числа  $m$  и  $n$ , то оно делится и на их произведение;
  - б) если число  $pA$  делится на  $q$ , где  $p$  и  $q$  взаимно просты, то и  $A$  делится на  $q$ .
18.  $56a = 65b$ . Докажите, что  $a + b$  — составное число.

### **НОД и НОК**

*Наибольшим общим делителем* (для краткости НОД) двух чисел называется наибольший из общих делителей этих чисел.

*Наименьшим общим кратным* (НОК) двух чисел называется наименьшее число, делящееся на каждое из них.

Например,  $\text{НОД}(18, 24) = 6$ ,  $\text{НОК}(18, 24) = 72$ .

19.  $A = 2^3 \cdot 3^{10} \cdot 5 \cdot 7^2$ ,  $B = 2^5 \cdot 3 \cdot 11$ . Чему равен  $\text{НОД}(A, B)$ ?
20.  $A = 2^8 \cdot 5^3 \cdot 7$ ,  $B = 2^5 \cdot 3 \cdot 5^7$ . Чему равно  $\text{НОК}(A, B)$ ?
21. Докажите, что для любых натуральных  $a$  и  $b$  верно равенство  $\text{НОД}(a, b) \cdot \text{НОК}(a, b) = ab$ .

### **Задачи на делимость**

22. Каково наименьшее натуральное  $n$  такое, что  $n!$  делится на 990?
23. Может ли  $n!$  оканчиваться ровно на 5 нулей?
24. Решите в целых числах уравнение  $x^3 + x^2 + x - 3 = 0$ .
25. Вася написал на доске пример на умножение двух двузначных чисел, а затем заменил в нём все цифры на буквы, причём одинаковые цифры — на одинаковые буквы, а разные — на разные. В итоге у него получилось  $AB \cdot ВГ = ДДЕЕ$ . Докажите, что он где-то ошибся.
26. Может ли число, записываемое при помощи 100 нулей, 100 единиц и 100 двоек, быть точным квадратом?  
*Подсказка. Вспомните признак делимости на 3 и на 9.*

### **Решето Эратосфена**

Вопрос: как узнать, является число  $N$  простым или составным?

27. Существуют ли чётные простые числа?

**28. (Правило сокращения поиска делителей)** Каждое составное число  $N$  имеет делитель, больший 1 и такой, что квадрат его не превосходит  $N$ . Докажите.

**29.** Является ли число 181 составным?

*Здесь мы обсудим, как можно быстро найти все простые числа, не превосходящие заданного числа  $N$  (способ Эратосфена\*).*

**30. а)** Вычеркните из следующей таблицы все составные числа.

3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
23	25	27	29	31	33	35	37	39	41
43	45	47	49	51	53	55	57	59	61
63	65	67	69	71	73	75	77	79	81
83	85	87	89	91	93	95	97	99	

б) Почему всё закончилось после трёх проходов для простых чисел 3, 5 и 7, а для очередного простого числа 11 не было вычеркнуто ни одного нового составного числа?

**31. \*** Докажите, что существует бесконечно много простых чисел.

*Для домашнего обдумывания*

**32.** Будет ли составным число 11111?

**33.** Докажите, что произведение любых пяти последовательных чисел делится а) на 30; б) на 120.

---

\* Эратосфен (276–194 гг. до н. э.) — древнегреческий математик.