



Арифметика остатков

6 класс • 8 апреля

*Шкура неубитого медведя делится
на любое число частей без остатка.*

Б. Споров

1. Сколько воскресений может быть в году?
2. Может ли быть в одном месяце 5 воскресений?
3. Сегодня 8 апреля — воскресенье. Каким днём недели будет 8 апреля следующего года?
4. Физико-математический журнал для школьников «Квант» начал издаваться с января 1970 года и выходил ежемесячно*. В каком году и в каком месяце вышел сотый номер журнала?
5. Напишите формулу для чётных и нечётных чисел.
6. Напишите формулу для чисел, дающих при делении на 4 остаток а) 0; б) 1; в) 2.

Разделить с остатком целое число a на целое число $b > 0$ — значит найти такое целое число q (неполное частное) и такое целое число r (остаток), что $a = bq + r$, причём $0 \leq r < b$.

Числа q и r определены однозначно для каждого a и b .

7. Найдите остаток от деления
а) 1005 на 6; б) 1001 на 11; в) (-15) на 4.
8. Найдите наименьшее нечётное натуральное число, у которого сумма цифр равна 2000.
9. На новогодний праздник в детсадовскую группу пришёл Дед Мороз. У него в мешке была 331 конфета. Он стал раздавать их детям поровну, но у него осталось 6 лишних конфет. Сколько ребят были одарены Дедом Морозом, если известно что состав группы не более 24 детей.
10. Найдите наименьшее пятизначное число, начинающееся с цифры 2, которое делится на 41 без остатка.

* Сейчас журнал «Квант» выходит раз в два месяца.

11. а) Докажите, что из любых 8 целых чисел можно выбрать два числа, разность которых делится на 7. б) Из любых ли 8 целых чисел можно выбрать два числа, сумма которых кратна 7?
12. На шахматной доске расставьте числа от 1 до 64 так, чтобы сумма чисел в любых двух клетках, имеющих общую сторону или вершину, не делилась на 4?
13. а) Число n при делении на 5 даёт в остатке 3, а при делении на 3 — в остатке 2. Какой остаток оно даёт при делении на 15?
б) Число n при делении на 7 даёт в остатке 4, а при делении на 4 — в остатке 1. Какой остаток оно даёт при делении на 28?
в) Число n при делении на 6 даёт в остатке 1, а при делении на 15 — в остатке 7. Какой остаток оно даёт при делении на 30?

Утверждение 1. Сумма любых двух чисел и сумма их остатков имеют одинаковые остатки при делении на одно и то же число.

Утверждение 2. Произведение любых двух чисел и произведение их остатков имеют одинаковые остатки при делении на одно и то же число.

14. Составьте таблицы сложения и умножения остатков при делении на 5.
15. Найдите остаток от деления на 7 произведения $7778 \times 7779 \times 7780 \times 7781 \times 7782 \times 7783$.
16. Докажите, что число $1000 \times 1001 \times 1002 \times 1003 - 24$ делится а) на 999; б) на 1004.

Для домашнего обдумывания

17. В некотором месяце три воскресенья пришлись на чётные числа. Какой день недели был 20-го числа этого месяца?
18. Сколько существует таких натуральных чисел n , что остаток от деления 2007 на n равен 27?