



Комбинаторика. Все подмножества

6 класс • 11 марта

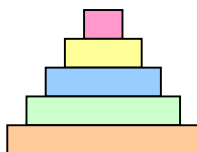
*Столько на свете зол, а выбрать
дают только из двух.*

Владимир Колечицкий

1. В коробке лежат четыре бильярдных шарика: белый, чёрный, жёлтый и красный. Сколькими способами можно вытащить из этой коробки:
 - 0 шариков;
 - 1 шарик;
 - 2 шарика;
 - 3 шарика;
 - 4 шарика;
 - сколько-нибудь шариков (0 или больше)?
2. Лестница состоит из 7 ступенек, не считая верхней и нижней площадок. Спускаясь, можно перепрыгивать через некоторые ступеньки (можно даже через все 7). Сколькими способами можно спуститься по этой лестнице?
3. Мальчик и девочка гуляли в чистом поле, и мальчик захотел подарить девочке букетик цветов. На поле росли 5 одинаковых одуванчиков, 3 одинаковых ромашки и 1 тюльпан, и больше ничего не росло. Сколькими способами мальчик может собрать букетик хотя бы из одного цветочка?
4. Сколько делителей имеет число 12600?

Вопрос. Почему нечётное количество делителей имеют только точные квадраты?

5. Фунтик получил в подарок детскую пирамидку, состоящую из пяти колец разного размера. Сколько он может построить различных пирамидок из двух или более колец, если разрешается только класть меньшее кольцо на большее?



6. Сколько существует натуральных чисел (однозначных, двузначных и т. д.), у которых цифры идут в порядке убывания?
7. Число имеет ровно 11 делителей. Докажите, что оно больше 1000.
8. Дана таблица с 1000 строками и 1000 столбцами, пронумерованными от 1 до 1000. В строке 1 все клетки закрашены. В строке 2 каждая вторая клетка закрашена. В строке 3 каждая третья закрашена, и т. д.

	1	2	3	4	...				
1									
2									
3									
4									
⋮									
⋮									

- а) В скольких столбцах число закрашенных клеток нечётно?
- б) * В каком столбце больше всего закрашенных клеток?

Для домашнего обдумывания

9. Человек имеет 10 друзей и в течение нескольких дней приглашает некоторых из них в гости так, что компания ни разу не повторяется (в какой-то из дней он может не приглашать никого). Сколько дней он может так делать?
10. Как мы уже знаем, в магазине «Канцтовары» продаются 5 разных видов фломастеров, 3 разных вида авторучек и 4 разных вида карандашей. Ясно, что ноль пишущих инструментов можно купить единственным способом. Каков смысл равенства

$$1 + 12 + 47 + 60 = 6 \times 4 \times 5?$$

Сравните задачу 8а с задачей про привидения из прошлых домашних задач (тема «Делители чисел»).